

Formule di geometria analitica

Distanza di due punti

Dati $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ la distanza d fra A e B è:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Coordinate del punto medio

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Coordinate del baricentro G del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$

$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \quad y_G = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

La retta

a) equazione generale:

$$ax + by + c = 0 \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$$

b) equazione esplicita:

$$y = mx + q$$

c) equazione segmentaria:

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

Coefficiente angolare:

$$m = -\frac{a}{b} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \alpha$$

Retta passante per due punti $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Condizione di parallelismo

Date due rette r ed s di equazione generali : $ax + by + c = 0$, $a_1x + b_1y + c_1 = 0$,
oppure di equazione esplicite : $y = mx + q$, $y = m_1x + q_1$

Le due rette sono parallele se e solo se :

$$ab_1 = a_1b \quad \text{oppure} \quad m = m_1$$

Condizione di perpendicolarità

Le due rette sono perpendicolari se e solo se :

$$aa_1 + bb_1 = 0 \quad \text{oppure} \quad mm_1 = -1$$

Equazione della retta parallela ad r passante per $P(x_0, y_0)$:

Se l'equazione è implicita :

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

Se l'equazione è esplicita :

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Equazione della retta perpendicolare ad r passante per $P(x_0, y_0)$:

Se l'equazione è implicita :

$$b(x - x_0) - a(y - y_0) = 0$$

Se l'equazione è esplicita :

$$y - y_0 = -\frac{1}{m}(x - x_0)$$

Distanza del punto $P(x_0, y_0)$ da una retta r :

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$

$$A = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \end{vmatrix}$$

Si sceglie il segno per il quale risulta $A \geq 0$.

Bisettrici degli angoli formati dalle due rette : $ax + by + c = 0$ e $a_1x + b_1y + c_1 = 0$:

$$\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \pm \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}$$

L'angolo α formato da due rette non perpendicolari e di equazioni $y = mx + q$ e $y = m_1x + q_1$ è dato da :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1 - m}{1 + mm_1}$$